

連結瞬間： 見數學 見文學 見自己

張慈珊* 李雪甄**

(投稿日期：2018/10/01；修正日期：2019/03/22；接受日期：2019/03/25)

摘要

本研究旨在探究數學課程中運用數學文學創作時，數學老師、寫作老師及學生跨領域教與學之歷程。本研究採用質性研究法，以學生創作作品為基礎，分析文章，並深度訪談以呈現兩位老師指導三位學生之跨領域教與學對話。本文勾勒出不同領域的老師與學生對數學文學的定義，以對話方式呈現跨領域教與學之歷程，進而了解師生對於數學文學之於兩個學科間之合作、融合而所生意義的看法。研究結果顯示師生間如何透過數學文學活動產生交融、對話進而達成共識，而在跨學科連結瞬間，學科的本質不會消失，反而有著對另一學科更多的理解與包容，促成師生重新省思自我的契機，呈現數學文學對教與學所帶來之影響。研究者期許透過數學與文學跨學科之連結為創新教學找到新方向，更希望透過此研究的成果，發展數學與文學跨領域教與學理論之參考，同時亦提供大學通識課程在實施跨領域教與學之具體建議。

關鍵詞：跨領域、教與學、數學文學、數學學習、寫作

* 淡江大學英文學系助理教授

** 文藻外語大學通識教育中心教授（通訊作者，E-mail: 87013@mail.wzu.edu.tw）

壹、前言

跨域力是 2013 年教育部人才培育白皮書的關鍵能力之一（教育部，2013），此能力可以透過不同學科專業的跨領域教與學來養成，藉由不同知識面向，讓學習者擁有多元思考，發展出創新思維與解決問題的能力。由於在面臨現實中複雜的難題，往往皆非單一學科可以解決，大多需要不同學科的整合與合作才能克服困難，故促成跨領域學科對話有其必要性。

數學與文學在現代的學科分類被視為屬性相異的兩個學科，一直以來缺乏對話；在臺灣中學教育甚至將學生分類成數理組與人文組，進行學科分流，反而更拉大兩個學科的距離。哈佛大學數學系教授丘成桐 (2017) 指出以學問的發展角度來看，數理與人文具有關連性，數理之於人文有錯綜交流的共通點，應互為學習，而且出色的理文創作，都源自於數學家與文學家的豐富感情與理想，只是方法不同；他更進一步指出以博雅教育來看，數理與人文也應並進，既要能培養學生具有人文藝術的創作性，也要兼具科學概念與精準度，才可讓學生進入社會後，成為善於分析和獨立思考的公民。

基於上述，本研究探討的跨領域學科為數學與文學，兩個學科因為全國大專校院「文以載數創作獎」的數學文學創作競賽，有了跨領域學科合作的機會。此一競賽以技專院校學生為對象所舉辦的數學文學創作競賽，其宗旨為鼓勵學生將理性的數學與感性的文字結合，創作與數學有關的文學作品，藉以推動學生閱讀課外書籍、探索數學知識，並將其轉化為文學作品，以激發學生對數學的興趣及創意聯想（陳東賢、劉柏宏，2018）。雖然國內、外將數學文學運用至教學場域有些成果（徐惠莉，2017；陳東賢、劉柏宏，2018；張慈珊、李雪甄，印刷中；楊德清、姜淑珍，2008；Freeman, Higgins, & Horney, 2016; Growney, 2011; von Renesse & DiGrazia, 2018），但數學文學對教與學所帶來的影響之相關研究並不常見，因此本研究目的在探討數學文學是如何影響教學場域之參與者，並深入發掘跨領域教與學之新方向。

貳、文獻探討

此節探討過往文獻在數學文學對於學生數學學習的相關研究，以此為基礎，再延伸至對數學文學作品分析之文獻討論，以期建構本文所欲探究數學文學在跨領域教與學所帶來之影響。

一、數學文學融入跨領域教與學之相關研究

數學文學不同於一般文學，數學文學需要融入數學知識，運用文字引用正確的數學知識，因此數學文學對於學生在學習數學方面應為正向的影響。陳東賢與劉柏宏 (2018) 表示數學與文學敘事是數學文化外的延伸，文學理論與數學思維有許多類似之處，數學證明的推導歷程與數學小說的鋪陳結局，兩種方法本質類似。他們也指出創作數學文學的歷程有助於學生對數學知識概念的釐清與反應，在數學教育與通識教育都有其功能與意義。學生藉由數學文學作品創作，將正確的數學知識融入文學創作中，再進一步透過文學寫作與他人進行溝通。就如美國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics) 出版的「數學課程與評鑑標準」(Curriculum and Evaluation Standards for Schools Mathematics) 內容中所提及，數學教學應該強調有意義的溝通，而將寫作活動融入數學教學則可幫助學生釐清想法，強化他們對數學知識的概念 (陳東賢、劉柏宏，2018)。Freeman 等人 (2016) 提到數學寫作本質上就像所有非文學類的寫作一樣，是需要運用清楚及適當的細節來溝通思想，使這些想法易於理解；而數學寫作和數學思維關係是相互交織且複雜的，學生所撰寫的數學文學作品呈現他們現階段所學習到的數學知識，如果引用的數學概念有錯，文詞邏輯有誤，且教師沒有適時地釐清與回饋，學生反而認為這些錯誤是正確的，反而有礙學習。

在數學課程對文科學生推動的數學文學創作，主要考量學生對於文字創作的高度興趣，雖然作品被要求要融入數學知識，但學生接受度還不錯。目前國內有幾位教師將數學文學在通識課程中實施，從數學詩運用於數學與中文課程的跨領域教學來看，中文課學生所創作的詩結構完整，但

在作品中易引用不當的定理與數學概念；而數學課學生大多缺乏詩的格局，但其作品卻較易將故事與數學概念整合（徐惠莉，2017）。從跨學科教師們指導學生作品來看，數學與文學兩個學科老師對於文字以及文字所展現的作品有著不同的期待（張慈珊、李雪甄，印刷中），雙方共同期待而達成的共識是兩學科的「真」與「美」並存時，數學的浪漫才能被文字溫暖所擁抱，文字的力量亦才能展現數學的奧妙。

數學文學字面上雖結合數學與文學兩學科，然其學科屬性仍不確定；如何在課程上有效地融合兩門學科並有效溝通、對話，從中發現成功融合數學文學之新觀點，為跨領域學習找到新的方向是很重要的。楊倍昌(2013)提倡之跨領域學習，其定義跨領域為「運用兩種不同領域教師的專長，頭腦相互激盪，大家邊做邊學，將舊知識翻出新味道來」，因為要翻出新味道，在這樣的場域中，老師成為引導者，學生則為共同／協同參與者（頁94），符合兩個跨學科合作在實際教學場域裡的操作行為，故適用於探討跨學科教與學的歷程。同時，亦有許多的文獻指出數學與文字間之關連，演變為跨域合作，這樣的跨領域操作之附加價值則為學生在學習數學之助益（楊德清、姜淑珍，2008；Growney, 2011; von Renesse & DiGrazia, 2018）。例如，Growney (2011) 鼓勵老師引導學生將數學概念寫成一首詩，盡情使用文字，將數學概念表達出來，讓數學與文字緊密結合，兩個學科相輔相成，以達最大學習成效。而 von Renesse 與 DiGrazia (2018) 兩位不同領域的老師則將數學課及寫作課結合，除了挑戰既有壁壘分明之學科邊界，教師亦放手以引導之方式讓學生主動解題，合作並解決課堂任務，除了數學解題，學生亦需運用文字撰寫解題的歷程，即，利用文字說明如何發現問題，如何從課本找出答案，如何證明或是辯論自己的解題為正確，等步驟。楊德清與姜淑珍(2008)將數學寫作實施於國三的數學複習及教學課程，其研究發現數學寫作能有效地提升學生之學習成就及學習態度，亦呈現出數學文學相互融合之現象以及對數學教育的正面影響。

二、數學文學作品分析相關研究

陳東賢與劉柏宏 (2018) 從大學生數學敘事作品統計歸納出大學生所隱藏之數學信念以及學生數學觀點。兩位學者以 Petocz 等人 (2007) 之論文為基礎，設計一檢視學生數學文學作品之工具，研究結果歸納出之數學觀點為三大類 (陳東賢、劉柏宏，2018，頁 283)：第一類為窄觀點，學生視數學為一描述工具，例如運用數字、符號與計算創作作品；第二類為寬觀點，學生建立數學模型以勾勒、分析撰寫文章；第三類為最寬觀點，學生運用數學探討、敘述生命。其中，Petocz 等人 (2007) 之研究設計為詢問學生對數學觀點之問卷調查為基礎，問卷內容為三個開放式題目，再從回答結果分析得出五類，而陳東賢與劉柏宏 (2018) 則從中加以調整並定義為三類觀點，再以此分析數學文學作品，然而，若文學與數學在數學文學不可分，單單以此數學觀點為基礎來分析作品，似乎忽略了作品中非數學之部分。

因此，本研究定義數學文學作品如下：數學文學作品顧名思義呈現「數學」也有「文學」，正確的數學概念被文字有效地型塑或是文字被數學概念美化，兩者相互搭配；然而，文章若只有兩樣要素似乎尚不足以成為一篇動人的數學文學作品，此論述亦與陳東賢與劉柏宏 (2018) 所歸納之第三類最寬觀點較為類似，兩位學者提出從學生作品中可以看到他們運用數學論述生命，由此可知數學文學並非只有兩個元素而已，而是能藉由數學及文字的兩相結合，論述生命。本文則提出數學文學作品內容定要再多一要素，此要素則為「自己」，而此一「自己」必需不做作地自然生成於「數學」「文學」文章，以「數學」「文學」為基礎再進一步闡述「自己」，這樣才為真正的「數學文學」。

然此「自己」所指涉並非只有單純的「人」而已，任何與「自己」相關之元素，包含生命，等，均可統稱「自己」。為了讓「自己」這個因素更淺顯易懂並具體化，本文運用學者 Ivanič (1998) 之文章與自我身份認同之間關係的概念檢視數學文學作品，加以分析。

Ivanič (1998) 在探討文章與自我身份認同之議題時以學生所撰寫之修

課課程作品為主，這些學生所撰寫之文章統稱學術文章。Ivanič 之研究对象為就讀不同科系的學生，其撰寫的文章極為多元及多樣化，亦說明了 Ivanič 理論運用之彈性並非侷限在某一特定文體；在學生並未清楚研究主題之情況下，她挑選之重點文章最重要的一個準則為由學生自願並自行挑選最有興趣且最滿意之作品，這樣的文章挑選方式也讓她的研究及取樣更趨進為自然方式（頁 114）。而本文所探究之數學文學作品亦為數學老師在課堂上所提出之課程加分創作作品，鼓勵學生參加「文以載數創作獎」的競賽，姑且不論學生是否滿意自己的文章，但是至少學生願意嘗試創作亦願意與研究者討論他們的作品；因此本文所分析之學生文章本質上與 Ivanič 所探究之文章有異曲同工之處。

Ivanič (1998) 指出從學生之文章中可以看見四種不同的自己，而其中之一則是文章中所呈現的自己。她說：

「文章中的自己其實憑藉文章特色所建構而成，而此特色則又與社會環境所呈現之價值，信仰，權力關係有所關連。」（頁 25）

文章的特色可以型塑、建構出自己的「身份認同」，也就是「自己」，如學者 Ivanič (1998) 所定義一般：因為文章中所呈現的「自己」或所呈現之「身份認同」與型塑、建構甚或養育出現在的自己之環境、信仰等因子有著環環相扣之緊密關連性，所以與自己有關之人、事、物、環境等均以「自己」泛稱。也就是說，「寫作者文章中所建構的自己一常常是多重的，有時候是矛盾的一為他們有意識或下意識地在特定的文本中傳達自己的呈現」（頁 25），因此，文章中呈現的自己總可以代表作者之「自己」（Ivanič & Camps, 2001），亦即「自己」為作者或是作者自己對某件事物之觀念或是對數學、文學的觀念、想法等，因為「數學文學」，對自己之身份認同被呈現了，三個要素環環相扣；而最重要的是此一「自己」需呈現更多、更廣泛之議題論述，這些議題自然地從所建構之「數學文學」而生成。若是此一「自己」只有無病呻吟的自我論述、自以為是的呈現自我，則不能成為一篇打動人心的數學文學；若此一「自己」的呈現僅僅只有小情小愛的故事，或是將過於豐沛的詞藻強加在青春年少的人生，

文章則會流於單薄，瑣碎而無深度。

爲了更全面地了解數學文學之於跨領域教與學之效益，從認知師生對數學文學的看法，到呈現跨領域教與學之歷程，以備進一步發展數學與文學跨領域教與學理論，故本研究爲探索性質 (exploratory research)，目的在透過師生互動所呈現的數學文學之教與學的歷程，以了解數學文學如何影響教學場域之參與者，是以研究問題如下：

- 一、何謂數學文學？
- 二、何謂數學文學跨領域教與學之歷程？

參、研究方法

本研究旨在呈現跨領域學科合作在實際教學場域之研究成果，包括師生如何建構他們對於數學文學創作的想法，並提供文章修改及三方對話之歷程紀錄，從中呈現數學與文學學科本位問題，學科融合自然所生之新觀點，以做爲發展數學文學用於跨領域教與學的理論之參考。故爲達成研究目的，本研究跨領域教與學實施方式爲楊倍昌 (2013) 所提倡之跨領域學習，即在教學場域裡兩位不同領域教師爲引導者，學生爲共同參與者，相互激盪，透過深度訪談法 (in-depth interview) 進行跨領域教與學對話，蒐集研究資料，以回答本研究所設定的研究問題。

一、研究背景

本研究背景爲技專校院語言類科的數學老師邀請一位寫作老師，共同指導修習數學課程的學生參與創作數學文學競賽。爲了鼓勵同學進行數學文學創作，數學老師利用獲獎與學期加分，以提升學生參與活動之意願，並在教學過程中鼓勵同學運用課堂所學得的數學知識，進行文字創作。這些文科學生擅長語言科目，卻大多害怕數理科目，因此，教師們期望這些學生可以藉由參與此一創作競賽，引發學生學習數學的興趣，並透過數學知識爲媒介發揮文字的創意。

二、研究對象與研究工具

本研究對象為數學教師、寫作教師與三位文科學生。本研究方法採用質性研究法，以三位文科學生所撰寫的數學文學作品為基礎，分析文本，並加以深度訪談法進行跨領域教與學對話，蒐集研究資料。

(一) 研究對象

數學老師李師（以下簡稱「李」），教授文科數學與數理通識課程，喜歡解題，對於能描述自然現象的數學方程式特別著迷，一直希望能幫助文科學生看見數學的多元面向。寫作老師張師（以下簡稱「張」），教授英文寫作多年，深深覺得文字具有神奇的魔力，一個個顆粒狀的字接著另一個再如此延續下去，所連結起來的字、句創造了許多意思、意境，讓人一想再想。

課後指導參與數學文學創作競賽的三位學生（以下簡稱「生 1，生 2，生 3」）為修習數學課程的學生。

生 1：從小對學習語言很有興趣，對文字有一定的敏感度，強項為文學創作。平常對周遭事物有感觸時，習慣撰寫文章。

生 2，喜歡讀小說、看影集、畫畫。對於數學沒有特別喜歡也不排斥。對老師提供的數學文學感覺很有趣，認為如果能把很枯燥乏味的數學概念寫成浪漫的小說，會讓數學容易理解，也會激起學習意願；另外，透過在尋找題材當中，也會發現生活中存在好多的數學。從寫作中，自己會感受到文字的奧妙，猶如在空中翱翔，自由自在，予人力量。

生 3：平常喜歡閱讀。此次參與數學文學創作，希望藉由平常閱讀所累積的文學基礎以及課堂上的數學概念，結合數字與文字，探索數字的奧妙，讓數字不再只是數字。

(二) 研究工具

兩位教師先行批改欲參加競賽 73 位學生的數學文學作品，共同從中挑選具有發展數學文學理論之特色作品，並再詢問這些作品的學生是否同意與兩位老師訪談以討論文章。訪談進行前，受試者均簽署訪談及錄音同意書，研究者亦遵守保密原則。每位受試者訪談時間約為 30 分鐘，錄音

存檔後再謄寫成逐字稿。第一階段兩位老師共同挑選出 7 篇文章，共有 7 位同學，他們亦均同意接受訪談。第二階段兩位老師再依訪談後的逐字稿，根據所欲探討之研究問題，即，數學文學的定義以及師生間對話 / 教與學之雙向溝通，共同挑選出與 3 位同學之對話，而本研究將針對這 3 位學生之原始對談內容摘錄於本文章。

三、資料分析

本研究的問題設定與分析方法，是由兩位教師共同研讀參考文獻後，提出共同同意的研究理論，以此為基礎，再共同擬定訪談問題，並進行資料分析。研究工具的信、效度由兩位研究者也是教學者共同評定與修改學生論文，以符合於實際教學場域跨學科合作研究的方向。

分析學生文章之流程與步驟：首先兩位教師自行批改共 73 份作品，各別挑出欲討論之文章，兩位教師共同挑撰出來的作品則成為重點討論文章，最後，再從重點討論文章中根據下述兩大標準挑選出目標作品：學生作品是否清楚及正確地呈現數學概念以及兩位老師對於學生作品在真與美詮釋之相異意見（張慈珊、李雪甄，印刷中）。

訪談大綱經由兩位教師共同確認，共分為三大部分。第一部分為學生學習背景相關問題。例如，學生對數學文學的定義，學生對於數學及文學之看法，學生對自己數學及文學能力之看法，學生喜歡數學、文學之程度。第二部分著重在學生對自己所創作作品之分析，教師亦從三方對談中了解自己是是否正確地了解學生作品所呈現之數學概念或欲表達之意；第三部分則著重在學生對於教師所修改之文章的看法，三方亦從對談中了解是否彼此誤解，相互溝通，讓數學文學作品呈現三方均同意之最好樣貌。

在訪談語料分析方面，兩位教師各別檢視逐字稿，並將重覆出現二次以上之重點或是字句歸納為一類，最後兩位老師共同分析比較自己所歸納之類別，例如：若兩位教師從訪談結果中均歸納出，「數學文學提升學習數學動機」，則此一為訪談分析之一個類別；若有彼此不同意之處或不同意之歸納類別，則進行討論，以達共識。最後本文所歸納出之類別為數學

文學的定義、數學文學提升學習數學動機、數學 / 寫作能力自我評估。兩位教師比較各自從訪談語料中所歸納之類別，並加以統計比較，最後得出分類間之信度 (inter-coder reliability) 達 85%。

肆、研究結果

兩位不同領域專長的學者與參與創作數學文學的三位學生，一起討論學生作品文章。以下的討論分為三個主軸，第一部分為師生對數學文學的看法，第二部分利用對話呈現師生的跨領域教與學之歷程，藉以探討數學文學創作對師生的啟發及影響。

一、何謂數學文學？

數學文學是數學與文字的結合的敘事方式，創作者透過創作數學文學作品過程，了解到數學知識的概念，而拉近與數學的距離。另外，數學透過文學輔佐，與生活經驗連結後，被賦予了意義，可以是情感的描述，說故事的元素。圓滿的數學文學不只有數學與文字，還需感動人心。

李：「數學文學是一種以數學知識為媒介透過文字創作的敘事方式。」（張慈珊、李雪甄，印刷中），這是一開始與寫作老師一起合作批改學生的數學文學時的看法，但加入與創作學生的討論後，我也發現數學文學連結數學知識，文學創作，以及敘事本身，讓文學與數學兩個不相交的平行線，搭了橋，有了連結，這連結也讓參與的人有了不同的感受。非寫作專長的我，每次看到學生透過文字傳達他們的情感，其實會驚訝於文字的張力，相對於數學所營造的抽象，簡潔的高雅，文字反而更能打動人心，也更貼近生活。其實，數學是人們進行探索世界的溝通工具，舉例來說，當我們看到雪花的結晶，可以發現與它類似的縮小花樣，重複的不斷地出現在它的結構裡，且跟整體的型態一樣或相似，而這樣的現象在大自然裡也常會看到，如花椰菜，蕨葉，海岸線等等，為了認識這個性質，在數學裡所給予的定義為「自我相似性」(Self-Similar)，而人們更進一步透過數學去證明存在一個分數維度的碎形幾何世界 (Peitgen, Jürgens, &

Saupe, 2004)。數學存在於生活，他清楚不模糊，幫助我們認識與看到這個世界的樣貌，這就是所謂的數學溝通，也是數學存在的原因。

張：一開始與李合作時，我覺得數學文學就是數學加上文學，利用文字敘述數學概念，而文字呈現可以為詩或散文，就如同「文以載數」競賽項目一樣。本身數學不好的我，修改學生文章時，最常遇到的問題為不懂學生文章所要表達的數學概念。雖然每個文字都看得懂，但是，卻不了解學生所要表達的意思為何，也是因為這樣，我常常需要向李求救，請他教我數學概念，才得以進入學生的文章，了解他們所寫。與李討論時最有意義的地方在於，常常在我自以為懂了，或是啼笑皆非時，學生的文章反而教會我尊重作品所呈現的數學世界。就在許多個當下，我明白原來數學不是只有線條，生冷的數字，幾何符號，算式。這些符號和文字相同，被賦予意義時，所刻劃出來的世界也可以無窮無盡，數學的力量不亞於文字的神奇。漸漸地，改的文章多了，我對數學文學有了不同的看法。現在，它已經不是單純的兩個不同元素相加而成的創作，而是兩者必需相互融合，產生一個特別的東西，渾然天成，感動人心，若作品單單只有突顯其中一個元素，則不是圓滿的數學文學。

生1：在我心中，數學文學是數理與文字的結合。不同於以往學數學的概念，數學文學是非常有趣的。它不僅能靈活運用在生活中，還能讓人了解到數學名詞的概念。這大大翻轉了我對數學的認知！

生2：對我來說，數學文學是加分工具，也是一個自己的文章可以被老師看到且被提供建議的機會。

生3：對我而言，數學文學用文字的力量來揭開數學的神秘。數學不只有理性，也具有感性，但必須靠著文學來輔佐。所以說數學可以是人生的縮影，可以是感情的描述，更可以是故事的元素。

綜合上述，類似於老師們所定義的數學文學，文科學生亦認為數學文學可以讓他們透過創作，進而了解數學。對他們來說，或許因為學期加分才參與創作，但若能利用數學文學學會數學似乎也是學生的期待。若學生能以熟悉的文字描述抽象數學，則可具體化數學概念；能以感性文字描述

理性數學，可縮短學生與數學的距離。

此外，數學文學創作對學生不只在數學學習面向有助益，也有層次之別。最基本層次，學生對所學數學概念是否了解，接著，學生是否能在文章中融合文學與數學，再甚而融合生命經驗於其中，這才可以看出學生跨領域的程度與造詣。也就是說，數學文學不再是單純地將兩個不同學科相加而已，而是可以從作品中看到數學，再看到文學，兩者間自然而然地連結時，從中展現作者想要呈現的巧思，三者間環環相扣，進而看到自己。

「見」，「視也」；因為數學文學，我們可以看見數學，看見文學，看見自己；數學文學也呈現數學，呈現文學，呈現自己，也就成爲本文標題—「見數學」、「見文學」、「見自己」；而一數學文學作品呈現著這三種層次，三者間環環堆疊而成。下一節將透過師生三方對話加以說明此三層次如何堆疊而成「數學文學」。

二、數學文學跨領域教與學之歷程

此節將以學生作品爲對話基礎，內文以一問一答之方式完整呈現兩位老師訪談並指導學生之對談歷程，三件作品加上文本分析及對話討論，逐步展現本文所欲呈現「數學文學」之三種層次。

(一) 作品 1

生 1 的作品，科學記號。從題目可以大概猜出生 1 想要以科學記號、底數及指數兩者間之關連性作爲創作的題材。學生的原稿如下：

科學記號

你對於我猶如藝術家

你對於我猶如一幅畫

有著千變萬化的型態

頂著底數 十

在空中 自由翱翔

文章一開始，生 1 利用「你」和「我」兩個人稱代名詞將科學記號之功能賦予動態感。這邊的「你」指的是科學記號，「我」指的是數字，數

字因科學記號的發明，而有了各式各樣的型態，所以猶如藝術家、一幅畫。最後兩句話，描述指數在底數的右上方，因而可以自由飛翔，充滿畫面感。

第一階段的修改，老師將「頂」修改成「依」，讓底數和指數的方向感正確，同時亦將中文字「十」以阿拉伯數字替代，增加數學性。因此修改完後的文章如下：

科學記號

你對於我猶如藝術家

你對於我猶如一幅畫

有著千變萬化的型態

項依著底數 10 十

在空中 自由翱翔

爲了尊重學生的創作，一開始，我們並未呈現修改完後的文章，先以學生的原稿爲主，了解學生的整個創作歷程；也因爲此一對談，我們才發現學生不全然了解科學記號、指數、底數之概念。

由於生 1 的題目是科學記號，在文章中提到了「有著千變萬化的型態」，但這跟科學記號在數學上的意義不同。因爲在科學中爲了有一個確定的數值，就會使用科學記號。當數值轉化成科學記號時，只會有一種形式，不會模糊，也不會有千變萬化的形式。所以對談後，我們了解學生其實想表達的是指數形式，而非科學記號。由於指數形式與科學記號均爲學生當學期上課之內容，藉由學生的文章，透過師生對談，進而釐清學生這部分的數學概念。

以下摘錄這部份的對話過程：

李：你選擇的題目是科學記號，為什麼會選擇這個單元？

生 1：我是覺得這個有比較多想像的空間，因為是數字，有底數跟指數在做變化，可以寫的內容比較多。

張：有關指數會比較好寫，為什麼它比較好寫？

生 1：我覺得發揮的空間比較大、比較自由。

張：可以大概解釋一下說你這篇文章跟你整個的結構、架構，你是怎麼樣把它完成的？

生 1：我是先寫一個科學記號的式子出來。像 6×10^2 ，我就想說 10 上面有個指數，那從這邊我就想說它頂著底數 10 還有指數 2 做變化，所以我會想到藝術家跟一幅畫，有很多型態可以做變化，所以就寫出來了。

張：那在空中自由翱翔呢？

生 1：嗯，因為也可以變成很多型態，像是…老師這樣可以嗎（看著數學老師）？這時她在紙上寫下： 600 ， 60×10 或 6×10^2 。

李：可以，但這個不是科學記號，這是指數型式的表現方式。

生 1：對，科學記號可以變換型態寫，但是數值還是一樣的，所以我就想說，它可以自由翱翔自己變換型態。

張：是說指數可以自由翱翔自己變換型態。

生 1：整個數字。

張：你是說用了科學記號之後，它的變化性又更多，這樣嗎？

生 1：對，就變化比較多。

李：其實科學記號的變化不會大，因為它已經被固定住了。以數字 600 為例，你在寫科學記號你只能寫一種答案而已， 6×10^2 。如果說你寫別的，例如 0.6×10^3 ，這就不是科學記號。不過沒有關係，因為你會發現透過指數，這個數字變化是無窮的，我想你應該想講的是這個指數 2，它可以用 3 也可以用 4 跟 5，大概是這樣子。也就是說指數型式還是可以給我們完全確定的答案，但它可以讓數字的形式多了一些變化。簡單來說，自由變化的是指數，可是科學記號只會有一個。所以為什麼我們會用科學記號，是因為在科學裡面，我們想要有一個確定的東西，不模糊。所以科學記號不會模糊，所以它才叫做科學記號。

如同生 1 對數學文學的定義為具有想像空間的創作，科學記號激發了她的想像力，雖然科學記號為一堆數字，但指數與底數間之關連性在生 1

看來仍具有空間感，亦或生 1 想要如指數一般，可以自由自在。這一階段，生 1 的數學文學是「見數學」。三人對話呈現生 1 對科學記號及指數的誤解，在李解釋之前，生 1 不清楚她所寫的一連串數字是指數型式，而非科學記號，生 1 以為只要數值不會改變，利用科學記號，數字呈現方式則可以千變萬化。為了再一次確認生 1 是否了解指數及科學記號之異同，及生 1 文章想要表達的意思為何，這時候我們將改好的版本給生 1 閱讀，同時解釋我們更改的原因並想要了解更改後的版本是否符合學生的期待。

以下摘錄這部份的對話過程：

李：其實我們沒有變化很多，我們只是把它變成依著、靠著，因為頂著好像頭頂著的意思。應該是底數頂著指數，所以我們就用依著、依靠著這樣子。

張：這是你說的意思嗎？

李：這是後來我們兩個討論修改完的，你看看是不是這個意思。

生 1：對，我原本是這個意思，就是從這個式子變來的。對，這樣做變化。

李：因為我剛才看到它說有著千變萬化的型態，所以我才會想到也是與科學記號同一章節的指數形式。指數形式其實是一個定義。我解釋一下， a^n 你可以寫一下， a^n 這整個都叫做指數形式，然後 n 叫指數， a 叫底數。所以我猜你應該是在想 a^n ，而不是講 n 。

生 1：我一開始那個你，我是指整個科學記號。

李：好，那我知道了。就是在數學上，你把科學記號跟指數混淆。我講指數形式喔，不是指數。所以題目你可以還有其他的變化，那個你其實是講指數形式。 a^n 或是 6×10^4 ，可以寫成 60×10^3 也可以寫成 600×10^2 ，所以指數形式對於我有如藝術家，對於我如一幅圖畫，有著千變萬化的型態。然後依著底數在空中自由翱翔。這樣，數學邏輯就對了。

從上述三方討論，我們引導生 1 選擇最適合她的文章之文字與數學概念，並表現生 1 如何從「不了解」至「了解」的過程。從對話討論中可以

發現，若文章中的「你」指的是指數形式，而非科學記號，則整篇文章在數學的概念上的邏輯則更正確，更巧妙地結合數學與文學，而這時則是從「見數學」慢慢走入「見文學」的階段；當正確的數學的概念被傳達，就可以文字來解釋、建構數學文學。

下一段則呈現生 1 了解數學概念後，堅定自己所思，文章以指數為主題，較為自信地表達所想，這時候則為「見自己」的階段了。

以下摘錄這部份的對話過程：

李：題目「科學記號」要換成「指數」。我先確認兩件事情，你是要換指數還是換成指數形式？

生 1：這個 a^n 是形式，然後指數是上面這個。那我覺得題目要換成指數。

李：所以是那個 n ？

生 1：對，就針對那個 n 去寫。

李：所以她想要變成指數？

張：那為甚麼不是指數形式？

生 1：我如果把那個 10 劃掉，我是覺得就以 n 去寫， n 當主角去寫。那個指數依著底數 a 在空中自由翱翔。

李：可以呀！

張：所以你對於我有如藝術家的你…

生 1：可是老師這樣的話，「你」是不是就是指數形式？

李：其實我認為兩個都可以解讀，其實你如果決定指數，已經跟你原來剛開始講的不一樣，但也說得通。看你喜歡哪一個，你是想要仰望的這個 n ？感覺它在變化還是你整個型態要變化？這個就你決定。懂嗎？張老師？

張：她在說「你」指的是什麼？

李：這兩個都可以，數學都已經可以了。

生 1：我是比較偏向指數，就那個 n 在做變化。

張：所以你比較喜歡那個「你」指的是指數，這樣嗎？

生 1：對，是指數。

生 1 在以上的對話，表達了文章其實想要表達指數的概念：「我如果把那個 10 劃掉，我是覺得就以 n 去寫， n 當主角去寫。那個指數依著底數 a 在空中自由翱翔。」在文章定案前，生 1 仍有一絲不確定，這裡的不確定已不若之前對於科學記號概念的誤解，在這當下，生 1 已進化至需抉擇「指數」或是「指數形式」較適合自己的文章；當李說明兩者其實均可解讀生 1 想要表達的概念，生 1 馬上決定使用「指數」。這邊她快速地決定，亦再一次暗示了她想要成為指數，可以變化、自由自在。最後的版本呈現如下：

科學記號指數

你對於我猶如藝術家

你對於我猶如一幅畫

有著千變萬化的型態

依著底數 10

在空中 自由翱翔

生 1 的文章很精確地呈現她所要表達的指數概念，修改完後的文章簡潔許多，很有畫面、動態感。最後李與生 1 的問答其實描述了生 1 寫這篇文章的原因，最終版的數學文學透露出她的個人經驗以及對自己的期待，不管底數如何變動， n 可以自由自在的做自己，也就是生 1 想要的 a^n 一樣。

以下摘錄這部份的對話過程：

李：我覺得很好玩。就是把一個觀念從科學記號、指數、指數形式弄清楚，然後，後來我們發現你自己說你想要的那個變化。可以私下問一個問題，你覺得你的個性是比較拘謹的還是比較活潑的？

生 1：我比較拘謹、比較嚴肅。

李：所以你想透過文字表現出你的跳躍。

張：不錯啊！

李：很好啊。那再問一個問題，你在做數學，會不會讓你有跳躍的

感覺？

生 1：沒有，做數學題目不會。

數學文學除了讓老師明瞭學生是否學會了數學，更提供學生從文字的面向與所學習的數學結合，也提供學生一個管道可以抒發自身情感；或許因為加了自身經驗，讓作品多了一絲迷人的味道，不再虛無飄渺，不再無病呻吟，而有了人的味道。

數學有清楚對錯，學生在學數學的過程，容易歷經到錯誤與失敗，當他們的想法被否定時，大部分學生會退縮與害怕，選擇回到老師或課本的想法學習，以避免犯錯。而學生在數學文學創作，可以命題，解題，操之在己，於是就會回到「見自己」，也就是會反思什麼是自己真正想要傳達的意念。生 1 明白自己的心意，最後選擇了「指數」。除了與生 1 對話中呈現「見數學」、「見文學」、「見自己」三個層次，其餘訪談學生之作品也都有著這三個層次，也因「見自己」，讓數學文學不只是單純的數學加上文學，而是相互融合而產生的一種感動、影響，如以下之作品 2。

(二) 作品 2

因為生 2 作品的標題，初看文章會以為整篇作品唯一出現的數學概念只有交集。藉著生 2 的敘述，在腦海中描繪著兩個具體的物品慢慢互相接近，直至相交，最後兩個重疊在一起，變成一個宇宙。

以下為生 2 的作品：

我要成為你的宇宙

女孩，

自從那次看到你後，

就如同那邱比特的箭射進心裡，

再也無法忘掉你那沉魚落雁般的容貌。

所以我努力製造機會，

想和你有所交集，

努力製造話題，

找尋與你的共通點。

但那不夠，
 我是一個貪婪的人，
 我要知道你的一切—
 全部！全部都想要了解！
 然而，
 我也渴望你渴望我，
 我想和你訴說一切的事、我想給你的未來，
 我要我們成為互相的扶持、唯一，
 兩人合為一體。
 我要做你的宇宙，
 我圍繞著你打轉，
 而其他
 只能隔著幾億光年的距離看著你。
 和我在一起吧，
 我接納你一切事物，
 把你整個人緊緊地包在我的胸前。
 沒人能傷害你。

在數學上，交集所代表是兩個集合共同的部分，當兩個集合共同部分越多，重疊的部分會越大，但最大不會超過自己本身。因此，當題目出現我要成為你的宇宙時，也就表示「我」想要成為一個可以包含「妳」的集合。如下圖 1 所示，我們利用圖將生 2 文章所描繪之數學概念具體化，表達其文中所呈現之原本分開的我與妳，逐漸相交而至宇集。



圖 1：我要成為你的宇宙

在集合論中，集合可以包含所有的集合，宇集是最大集合，宇集應該

就是作者想要表達的宇宙。另外，文章提到「我要知道你的一切」、「而其他人只能隔著幾億光年的距離看著你」，這也表示「我」不是只要一個比「妳」還要大的集合，而是要有霸氣，能夠獨占，可以擁有主宰一切的力量，而這也只有可以包含所有集合的宇集，才做得到。

這篇文章有趣的地方在於生 2 撰寫時的口氣。也許是對男、女生相互追求的刻板印象，總覺得這篇文章應該出自男學生之手，因為它的口氣有著男生在追求喜歡的女生之霸氣，並非說女生不能追求男生，而是女生不會表現若這篇文章所呈現的如此強烈、直接，例如：「我是一個貪婪的人，我要知道你的一切—全部！全部都想要了解！然而，我也渴望你渴望我，我想和你訴說一切的事、我想給你的未來，我要我們成為互相的扶持、唯一，兩人合為一體。」兩個詞，「貪婪」，「全部」，強調出文章中人物極度想要和對方在一起。而文中之驚嘆號，加在「全部」的後面，更加重了讓人驚嘆的力道！再來就是「我渴望你也渴望我」，兩個連續出現的「渴望」，直白且直接地呈現男生很想和女生在一起。最後的「合為一體」更加強化並呼應了這篇文章的題目，「成為你的宇宙」。後來，發現生 2 竟是女生，讓我們更加好奇地想要訪談她。

以下的對話呈現生 2 的數學文學創作從「見文學」進入「見自己」的階段，因為已經熟知數學概念，讓她可以巧妙運用交集、聯集及宇集概念編構文章，表現自己所認知男、女兩方互相接近的期待。生 2 利用數學概念隱喻熱戀中的男、女互相靠近的步驟，相交直至大面積的重覆、占住而成為彼此的宇集；最有巧思的地方在於身為女生的她可以運用文字的力量將彼此相互靠近的步驟化成男生的口吻，熱烈地想要和女生在一起，而非從女生的角度來描述如何慢慢靠近男生；可是，也是因為利用男生的口吻，讓此篇文章可以生動鮮明地呈現交集、聯集及宇集的圖像。

以下摘錄這部份的對話過程：

張：那你為什麼是寫女孩自從那次看到妳，為什麼不是寫看到男孩？

生 2：不知道耶，因為我覺得用男生的角度去寫會比較好。

張：為什麼？

生 2：我也不知道耶，就有一種熱戀中的男生吧，因為女生的話可能並不會，我也不知道怎麼說。因為覺得用男生會……

張：所以覺得應該要從男生角度來帶，是這樣的原因嗎？

生 2：如果這樣男生會感覺蠻專情。

張：可是你也可以說男孩自從看到你之後啊，也可以啊，不是嗎？

生 2：可是用女生角度，像是追求之類的，我覺得女生角度不會像男生那樣有感覺，因為女生這方面比較不會去做這種事。

李：你剛剛在開頭的時候提到控制慾會不會很重，所以你從男生角度就可以把控制慾放出來。

生 2：可能差不多。

李：因為他最後是要全部，所以這必須要是很強勢的，所以是男生。將修改後的版本讓生 1 閱讀，三方對話再一次驗證她的文章創作也是依著她以往在繪畫方面創作的習慣，而這也是另一種面向的「見自己」。

以下摘錄這部份的對話過程：

張：其實我們也沒有改很多，只是把那個段落用的明顯一點，妳先看一下。

生 2：我覺得這樣很有感覺啊，比原來這個好。

張：怎麼樣有感覺？

生 2：像是這個全部阿，感覺比較有力量。

李：我想要問如果你不常寫作，很少會換一個性向，你當時為甚麼突然這樣想，這我個人很好奇。

生 2：就是我平常不太寫作，我比較喜歡畫畫，我也比較會去描繪男生。

張：描繪男生喔。

生 2：我就會去猜測他們的想法。

張：那這篇數學概念應該滿清楚。

李：對！我覺得她講完就變得很清楚，因為張老師剛開始看只會沉浸在她的交集，張老師只看到交集而已，張老師不會數學。

張：我不會數學。

李：宇宙就是字集對啦，這個第一次我有看到。

張：真的！我沒有，我只有看到交集。

李：可是你知道他這個感覺是，從慢慢地這樣，而且他的確用男生這
是對的，因為他可以有霸氣的感覺，從小到征服。

張：真的以為你是男的耶。

生2：呵呵，不好意思。

張：不會啊。

李：成功的把她騙了，她一直覺得這是男生寫的。

藉由訪談發現，原本文章開始只是兩個集合的交集，後來男孩發現自己必須不斷地長大變成字集，才可以保護女孩。作者透過集合的關係，在文章中去訴說愛情的獨占特質，也在言談間反應出自己的看法，認為男孩較有控制欲，女孩渴望被保護，這也是「見自己」的展現。最後文章的版本，如下：

我要成為你的宇宙

女孩，

自從那次看到你後，

就如同那被邱比特的箭射進心裡，

再也無法忘掉你那沉魚落雁般的容貌。

所以我努力製造機會，想和你有所交集，

努力製造話題，

找尋與你的共通點。

但那還是不夠。

我是一個貪婪心的人，

我要知道你的一切——

全部！

全部都想要了解！

然而，
我也渴望你渴望我，
我想和你訴說一切的事、我想給你的未來，
我要我們成為互相的扶持、唯一，
兩人合為一體。

我要做你的宇宙，
我圍繞著你打轉，
你圍著我轉，
而其他
只能隔著幾億光年的距離看著你。

和我在一起吧，
我接納你一切事物，
把你整個人緊緊地包抱在我的胸前。
好好保護沒人能傷害你。

同生 1，生 2 之文章亦從「見文學」至「見自己」的階段，然而，神奇的地方在於，我們從學生的作品更鮮明地看到人師的自己，如以下作品 3。

(三) 作品 3

生 3 的作品，角度的意義。角度的概念簡單，可是要寫得讓人感受得到新意卻不容易。以下是生 3 的作品：

角度的意義

90 度是方正的態度，180 度是寬容的態度；
360 度是圓滿的弧度；520 度是感情的溫度。
帶著 90 度的方正，保持 180 度的寬容，人生便能有著 360 度的圓滿以及 520 度的感情溫度。

從與學生的對話中可以清楚知道生 3 架構文章的初衷以及撰寫過程，整個描述如同文章一樣，充滿動態及畫面感。

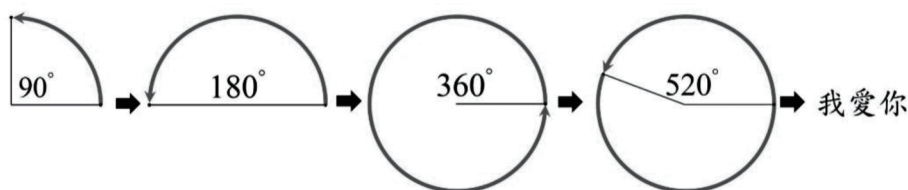


圖 2：訪談前一角度的意義

我們利用圖 2 勾勒出 3 對角度意義之詮釋，生 3 已然角度的意義，從 90 度出發，再完成自己，變成一個圓；圓滿後，再加入 520，取諧音「我愛你」，讓數字與文字相作結合，冰冷的角度因為增添文字而產生了愛的感覺與感動。生 3 從最基本所學 90 度角開始敘述，慢慢寫成 360 度，成爲一個圓，有了數學概念，慢慢的，將文學也融入在其中，例如，將每個角度加入一個意義，剛剛好地形容每個角度所呈現的感覺，「方正」，「寬容」，「圓滿」，「感情」，與生活相做結合，最後使用 520 度，加入自己的期待，將文學的元素加入之後，「見自己」也就自然而然地產生了。

以下摘錄這部份的對話過程：

張：你是怎麼把它架構，寫完到最後一句話這樣子？我想知道你是怎麼解構組織成這樣子？

生 3：我們學的最基本的角度就是從 90 度開始學，然後開始延伸到 180 度，再從 180 度延伸到 360 度變成一個圓，所以才會有那一句{圓滿的弧度}，然後 520 度是因為現在常用 520，就是我愛你，就延伸到有感情的溫度，但我覺得這樣有點短，就組成一句話。就除了上面四個角度之外，我覺得這樣很少，所以我就用這四個角度所代表的意義，然後又加了最後一段話，打了最後一個結論。

李：就是 520，520 是你加的吗？

生 3：對。

整篇文章完成可是卻少了 270 度。生 3 在訪談中回答因為 270 這個

數字長得很醜，所以將它放棄。李覺得從 90 度開始，在變成圓的歷程中有次序地加 90 度，直至成爲 360 度，若少了 270 度，文章的數學邏輯不通，所以，我們將修改後的版本予以生 3 閱讀，而有了對話。

以下摘錄這部份的對話過程：

張：我們把你最討厭的 270 加進去，你覺得這樣 OK 嗎？

生 3：沒關係啊。

李：少寫 270 的話會被質疑，其實是我自己。以數學來講，為什麼它被漏掉，應該是有某種東西的，所以我們那時候說 90 度的方正，180 度的寬容，因為很平阿，然後 270 的正直……但是大家不一定喜歡，但它又必須存在，這只是我的想法。

張：同意。

生 3：可以。

李：正直不見得人家喜歡。

生 3：可是一定要存在。

李：所以還是要存在。

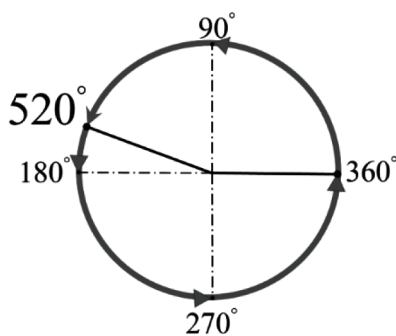


圖 3：訪談後一角度的意義

我們順著學生的思緒及邏輯走，加入了 270 度，同時予以意義，270 度爲「正直」，而做人若要正直則需要勇氣，勇氣也需要維持，而讓圓可以一步步，一氣呵成，全面地完成自己。爲了讓因爲加入 270 度而更具數學邏輯之步驟可以如實呈現，我們利用圖 3 刻畫出圓從 0 度依序加入 90

度之形成過程，圖像化圓的成形。修改時，我們同時將重覆的字詞，「態度」稍做變化，再將最後 520 度的感情修成「強度」，讓角度的意義提升至大愛，而非男女之情愛，使得角度的意義變得更有深度。

而對話及文章修改亦讓為人師的我們看到自己。爲了讓角度的意義圓滿，我們加了 270 度，賦予其意義爲正直，再加以詮釋維持正直雖然會被討厭，可是仍然一定要存在。很奇妙的地方在於，「一定要存在」這句話是從生 3 口中說出，生 3 是在說數學的概念還是「正直」一定要存在呢？也許是兩者均有存在的必要性，於數學，於文學，於自己的期待，從三人對話浮現出來，這一刻讓我們看見自己。

最後修訂版本：

角度的意義

90 度是方正的態度，180 度是寬容的姿態度；

270 度是正直的勇氣；360 度是圓滿的神態。

帶著 90 度的方正，

保持 180 度的寬容，

維持 270 度的正直，

人生便能有著 360 度的圓滿

以及.....520 度的感情強度。

本節所呈現之跨領域教與學之對談讓我們體會到，即使學生最初只是爲了學期加分，但因爲作品爲學生自己擁有，所以會努力地將他們學過的數學知識放入作品中，於是數學與他們的生命有了連結，才有了意義。而師生可以透過數學，交流分享，體驗人生，這是很難得的經驗。選擇「指數」的生 1，形塑「字集」概念的生 2，讓「角度」產生意義的生 3，他們都同時在數學文學創作中，「見數學」、「見文學」，也「見自己」。

伍、討論與建議

基於上述討論，本研究提出以下研究結論、省思與建議：

一、研究結論

(一) 數學文學的定義

數學文學是運用數學與文學的敘事方式，Doxiadis (2007) 將此稱為「敘事學的數學化」(mathematization of narratology)，也就是故事中的數學(the mathematics of stories)。他也表示近年來數學家與數學理論出現在小說，戲劇和電影中，數學從過去的孤立到進入文化，進一步的發展，儼然已為一門敘事藝術。洪萬生 (2015) 指出「所謂數學敘事 (mathematical narrative)，是用以溝通或建構數學意義的一種敘事 (narrative)」。不同以往只有老師們跨領域對話，本研究呈現跨領域教與學之歷程，師生對話展現出數學文學不但有數學與文字結合的敘事方式，還有著連結生活經驗的溝通意涵。故綜合相關文獻評析與研究結果，本研究對數學文學的定義為，數學文學是一種透過數學知識為媒介的敘事方式（張慈珊、李雪甄，印刷中），讓人們可以透過文字了解數學，讓生活經驗與數學連結，成為一種數學溝通的方式，即，學生所創作之「數學文學」需要有清楚正確的「數學」概念，熟練地運用「文字」，讓內容自然而然地表達「自己」之文學作品。

(二) 數學文學跨領域教與學之歷程

本研究最有意義的地方在於跨領域教與學之三方對話。在教的部分，老師指導學生創作數學文學作品時，需要有正確的數學，熟練的文字，可清楚表達自己的文學作品。在學的部分，學生則透過創作數學文學過程，作為一個媒介，獲得數學知識的運用與釐清，也表達出數學文學可以幫助他們記住數學並拉近數學的距離；同時，學生在創作時，可以自己命題、自己解題、自我反思傳達的意念，理解到文字運用的魅力，再甚而將數學知識連結至生活經驗中，巧妙地促成了與自我的對話，也完成了一場跨領域的自主學習。

最後，透過本研究，我們發現，數學文學連結了兩個屬性相異學科，創造了教與學的對話。當教學場域從原本的師生兩方參與變為跨領域時，要締造三贏，三方共同參與則為必需；本研究因為「數學文學」而有了三

方對談的機會；因為對話，三方彼此認識，彼此理解，同一個當下，看到彼此，進一步認識自己。藉由本文，除了「數學文學」文章外，三方對話皆呈現了「見數學，見文學，見自己」三個層次，而三方經歷過三個層次後，亦才具備反思能力，了解自己在教與學領域有所不足的地方，為下一次的教、學場域做好準備，教學相長，這才是學習真正的意義。

二、研究省思與建議

受限於數學文學的教學實證研究論文很少，雖研究中已盡量羅列出相關文獻評論，但數量仍有限，故本研究可提出實證研究的論述，以為未來深入發展數學與文學跨領域教與學理論之參考。由於本研究屬探究性質，為了符合於實際教學場域進行跨學科合作研究，研究的信、效度是由同時為教學者也是研究者來確認與分析。在後續深入發展相關理論時，建議亦可多增加他人進行三角檢視，以增加研究嚴謹性。另外，在教與學的歷程裡，學生學習成效的評估是很重要，只是對於數學文學實作於課程的學習成效評估，國內目前相關研究論文極少（洪萬生，2015；楊德清、姜淑珍，2008）。例如，洪萬生（2015）主要透過數學命題與敘事結合，開發數學敘事的教學評量量表；而楊德清與姜淑珍（2008）則為發展學生在數學寫作時的數學寫作學習單。由於數學文學同時具有數學與文學屬性，兩個學科理論不同，在發展數學文學的學習成效評估有其難度，建議可採用跨學科共同合作開發。另外，在通識的跨領域課程設計中，教師亦可使用多元學習評量，內容可包括知識、技能、態度與價值，以及綜合評量，來評估學生的學習成效，除了可全面了解學生的學習狀況，更可做為課程改進的評估（李雪甄，2016）。故在未來研究中，我們將以本研究結果為基礎，進行多元學習評量開發，以期適切量化地評估數學文學對於學習的成效。

三、大學通識課程的跨領域教與學實施具體建議

大學通識教育已非單一知識專精，首重學科領域間貫穿與融通，故

在通識課程進行學科間對話與統整學科學習，是對學生最好的機會（黃俊儒，2014）。楊倍昌(2013)認為「跨領域教學應為通識教育的進階延伸」（頁85），所以，綜合上述與本研究結果，在通識課程具體實施跨領域學習是可行的作法，在沒有升學體制的限制下，通識課程的多元性讓學習者較易接受新的學習，也讓有意願跨學科教師們具有施展的場域與合作的機會。因此，關於大學通識課程跨領域教與學實施具體建議如下：

（一）跨領域教師社群：

成立社群，透過教師社群的支持系統，進行知識及經驗交流，以達到跨學科溝通、理解、討論與分享，如張慈珊與李雪甄（印刷中）在教師社群中所開啓文學與數學之對話。

（二）跨領域學科課程合作：

不同領域的教師合作設計跨領域課程，除了可以利用學習活動，以理解其他學科課程的內涵，利於教師建構跨學科知識，也幫助修課學生擴大學習視野（李雪甄、吳宜真、吳秋慧、許雅惠、劉獻文，2019）。在數學文學活動方面，數學教師與寫作教師討論共同授課之課程，例如，von Renesse 與 DiGrazia (2018) 以任務為導向設計課程，引導學生融合數學與寫作知識解決問題進行學習；徐惠莉 (2017) 邀請中文教師規劃課程，教導學生創作數學詩。

（三）跨領域學者合作研究：

跨領域學者進行合作研究，不但可促進教師具有更頻繁的社會互動與人際關係，更可以提高學術聲望，以提升教師研究之成效（李珮如，2010）。尤其對開設發展實務應用性的學科，更需要結合其他領域，以迎接跨領域合作研究新契機世代的到來。

陸、結語

雖然本文只呈現數學老師、寫作老師與三位學生的對話，但詳細對談之呈現也賦予數學文學創作更深層的學習意義。一開始數學老師想要引發

文科學生的數學學習動機，鼓勵學生利用自身優勢，創作數學文學作品；爲了讓學生作品更受青睞，寫作老師也加入了這場對話。因爲學生的作品，三方對話有了發展的基礎，而三方缺少的部分，藉由對話讓不圓滿變成圓滿。學生的數學文學作品透露他們所認知的數學概念，正確與否則由數學老師來確認，寫作老師從字裡行間確認學生的描述是否符合數學老師的期待，教師們因學生的作品讓兩個領域有機會對話，幫助彼此將學生作品完美地結合數學與文字；而最後的三方對話，讓學生懂與不懂數學的聲音被聽到，讓教師們看到自己與學生間對文章期待之異同，三方相互進退，達到最完美的平衡，三方從數學文學因而見到自己。連結瞬間，見數學、見文學、見自己：

最原本的初衷帶來了最圓滿的美好。只有三方都欣然同意了，才是一篇圓滿的數學文學。

參考文獻

1. 丘成桐 (2017)。數理與人文。**數學傳播季刊**，**41**，14-16。
2. 李珮如 (2010)。影響大學教師研究生產力相關因素之探討。**教育理論與實踐學刊**，**22**，63-84。
3. 李雪甄 (2016)。統計協奏曲：跨領域通識教育課程設計。載於通識在線雜誌社（主編），**通往知識的秘徑：通識課程理念與教學實務**（281-295 頁）。臺北市：開學文化。
4. 李雪甄、吳宜真、吳秋慧、許雅惠、劉獻文 (2019)。聆聽世界的聲音：通識課程跨領域溝通。**通識在線**，**14(80)**，75-83。
5. 洪萬生 (2015)。**比喻與數學的敘事理解**。線上檢索日期：2018 年 12 月 01 日，取自：台灣數學博物：<http://mathmuseum.tw/2015/07/788/>
6. 徐惠莉 (2017)。數學遇見美學的實踐與創作－談跨領域教學。**通識在線**，**12(73)**，76-83。
7. 教育部 (2013)。**教育部人才培育白皮書**。線上檢索日期：2018 年 12 月 01 日，取自：https://www.naer.edu.tw/ezfiles/0/1000/attach/5/pta_2189_2524507_39227.pdf。
8. 陳東賢、劉柏宏 (2018)。理性數學與感性文學的協奏曲。載於劉淑爾（主編），**閱來越智慧**（260-289 頁）。臺中市：滄海出版社。
9. 張慈珊、李雪甄（印刷中）。文學與數學的一場對話。**數學傳播季刊**。
10. 黃俊儒 (2014)。通識課程的教學策略：以行動與問題解決導向為例。載於陳恒安（主編），**課的反身**（186-195 頁）。臺南市：成功大學醫學科技與社會研究中心。
11. 楊倍昌 (2013)。在飛馳的火車上豎立一只銅板與跨領域的本領。載於楊倍昌（主編），**大學轉骨方：在地觀察、行動與實踐**（85-99 頁）。臺南市：國立成功大學醫學、科技與社會研究中心。
12. 楊德清、姜淑珍 (2008)。數學寫作融入國三數學課室實踐歷程與影響之研究。**科學教育學刊**，**16**，439-458。

13. Doxiadis, A. (2007). The mathematical logic of narrative. In M. Manaresi (Ed.), *Mathematics and culture in Europe* (pp. 167-177). Heidelberg, Germany: Springer Verlag.
14. Freeman, B., Higgins, K. N., & Horney, M. (2016). How students communicate mathematical ideas: An examination of multimodal writing using digital technologies. *Contemporary Educational Technology, 7*, 281-313.
15. Growney, J. (2011). Using Mathematics to Make Poetry. *Bridges 2011: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*, 621-624.
16. Peitgen, H., Jürgens, H., & Saupe, D. (2004). *Chaos and fractals: New Frontiers of Science*. New York, NY: Springer-Verlag.
17. Petocz, P., Reid, A., Wood, L. N., Smith, G. H., Mather, G., Harding, A., ... Perrett, G. (2007). Undergraduate students' conceptions of mathematics: An international study. *International Journal of Science and Mathematics Education, 5*(3), 439-459.
18. Ivanič, R. (1998). *Writing and identity: The discursal construction of identity in academic writing*. Amsterdam, The Netherlands: John Benjamins Publishing Company.
19. Ivanič, R., & Camps, D. (2001). I am how I sound: Voice as self-representation in L2 writing. *Journal of Second Language Writing, 10*, 3-33.
20. von Renesse, C., & DiGrazia, J. (2018). Mathematics, Writing, and Rhetoric: Deep Thinking in First-Year Learning Communities. *Journal of Humanistic Mathematics, 8*, 24-63.

Connecting Dynamics: Seeing Mathematics Seeing Literature Seeing Self

Tzu-Shan Chan *, Hsueh-Chen Lee **

Abstract

Situated in a context where the activity of mathematics-literature is incorporated into a mathematics class, this research unfolds cross-disciplinary dialogues not only between a mathematics teacher and composition teacher but also between teachers and students. Along with the text-analysis of students' work, this qualitative research adopted in-depth interviews among three parties whose dialogues start based on the students' work of mathematics-literature. Research results reveal teachers' and students' perceptions about the definition of mathematics-literature. Additionally, the cross-disciplinary dialogues between teachers and students present the impact of mathematics-literature on the process of cross-disciplinary teaching and learning, with a view of encompassing the interaction and integration of mathematics-literature. This research also demonstrates that the moment the disciplines connect, the essence of the discipline will not disappear; instead, discipline practitioners will have more understanding and consideration for each discipline, and a chance occurs for both teachers and students to reflect on themselves. Researchers hope that this cross-disciplinary research of mathematics-literature will help indicate a new direction for innovative teaching, will shed light on the development of

* Assistant Professor, Department of English, Tamkang University

** Professor, General Education Center, Wenzao Ursuline University of Languages

the teaching and learning theory, and will offer practical advice for university general education on cross-disciplinary teaching and learning.

Keywords: cross-disciplinary, teaching and learning, mathematics and literature, mathematics learning, writing

【作者簡介】

張慈珊 助理教授

南伊諾大學修辭寫作博士，專長修辭與寫作，英語教學，讀寫研究。教英文寫作多年，喜歡文字的神奇，字面所見遠遠超過所現。現為淡江大學英文系助理教授。

李雪甄 教授

國立中正大學應用數學博士，專長數值分析，科學計算、數值偏微分方程。欣賞數學的化繁為簡，與其理解世界的方式。現為文藻外語大學通識教育中心教授兼中心主任。

